铜仁一中高二年级防疫期间“停课不停学”网上第四次周考
数学（文科）试卷
参考答案

1．A

【解析】

【分析】

把已知复数利用复数代数形式的乘除运算化简，然后由实部等于 0 且虚部不等于 0 求得 a 的值.

【详解】

$\because \dfrac{a+3i}{1+2i}=\dfrac{(a+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\dfrac{(a+6)+(3-2a)i}{5}$ 为纯虚数，

$\therefore a+6=0$ 且 $3-2a\neq 0$，解得：$a=-6$.

故选：A.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算及复数概念的应用，纯虚数为实部等于 0 且虚部不等于 0，得出结果后一定要做验证，属于基础题.

2．C

【解析】

【分析】

用相关系数 r 可以衡量两个变量之间的相关关系的强弱，r 的绝对值越接近于1，表示两个变量的线性相关性越强，相关系数的取值范围是$[-1,1]$，即可得到结果.

【详解】

用相关系数 r 可以衡量两个变量之间的相关关系的强弱，

r 的绝对值越接近于1，表示两个变量的线性相关性越强，

r 的绝对值越接近于0，表示两个变量之间几乎不存在相关关系，

故“对于相关系数 r 来说，$|r|\leq 1$，$|r|$ 越接近 1，相关程度越大；

$|r|$ 越接近 0，相关程度越小”.

故选：C

【点睛】

本题考查了相关系数的理解，属于基础题.

3．C

【解析】

由程序框图，数据初始化：$i=1,S=0<20$；

第一次循环：$i=3,S=3<20$；

第二次循环：$i=5,S=8<20$；

第三次循环：$i=7,S=15<20$；

第四次循环：$i=9,S=24>20$；

此时结束循环，输出 S 值为 24.

本题选择 C 选项.

4．A

【解析】

消去参数可得椭圆的标准方程 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$，所以椭圆的半焦距 $c=4$ ，两个焦点坐标为 $(\pm 4,0)$，故填 (±4, 0).

5．C

【解析】

选取两支彩笔的方法有 10 种，含有红色彩笔的选法为 4 种，

由古典概型公式，满足题意的概率值为 $p=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

本题选择 C 选项.

考点：古典概型

名师点睛：对于古典概型问题主要把握基本事件的种数和符合要求的事件种数，基本事件的种数要注意看抽取时是有、无顺序，本题从这 5 支彩笔中任取 2 支不同颜色的彩笔是简单问题，建议采取列举法更直观一些.

6．A

【解析】

【分析】

求得函数 $y=ax\cos x$ 的导数，可得切线的斜率，运用两直线垂直的条件：斜率之积为 -1，可得 a 的值.

【详解】

对函数 $y=ax\cos x$ 求导得 $y'=a\left(\cos x-x\sin x\right)$，

由题意可得 $y'\Big|_{x=\frac{\pi}{2}}=-\frac{\pi a}{2}=-\frac{1}{2}$，解得 $a=\frac{1}{\pi}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查导数的运用：求切线的斜率，考查两直线垂直的条件，考查运算求解能力，属于基础题.

7．D

【解析】

试题分析：$x=ay^2$即$y^2=\frac{1}{a}x$ 表示对称轴为 x 轴的抛物线，若 a>0，则开口向右，在 C,D 选择，结合直线 $y=ax+b^2$ 斜率为正，D 符合，故选 D.

考点：抛物线的标准方程及图象，直线方程.

点评：典型题，题目的难度虽然不大，但是已成为高考重点考查的题型．研究抛物线的几何性质，要注意首先看是否为标准方程.

8．C

【解析】

【详解】

试题分析：用特殊值法，令 $a=3$，$b=2$，$c=\frac{1}{2}$ 得 $3^{\frac{1}{2}}>2^{\frac{1}{2}}$，选项 A 错误，$3\times2^{\frac{1}{2}}>2\times3^{\frac{1}{2}}$，选项 B 错误，$\log_3\frac{1}{2}>\log_2\frac{1}{2}$，选项 D 错误，

因为 $a\log_b c-b\log_a c=\lg c\cdot(\frac{a}{\lg b}-\frac{b}{\lg a})=\lg c\cdot(\frac{\lg a^a-\lg b^b}{\lg b\lg a}),\because a>b>1\therefore 1<b^b<a^b<a^a$

$\therefore\frac{\lg a^a-\lg b^b}{\lg b\lg a}>0\because 0<c<1\therefore\lg c<0\therefore a\log_b c<b\log_a c$ 选项 C 正确，故选 C.

【考点】

指数函数与对数函数的性质

【名师点睛】

比较幂或对数值的大小,若幂的底数相同或对数的底数相同,通常利用指数函数或对数函数的单调性进行比较；若底数不同,可考虑利用中间量进行比较.

9．A

【解析】

分析：先将曲线的方程化为直角坐标方程，再把定点 Q 化成直角坐标，再利用数形结合求最短距离.

详解：将 ρ=2cos θ 化成直角坐标方程为$(x-1)^2+y^2=1$,点 Q 的直角坐标为(0,1),

则点 P 到点 Q 的最短距离为点 Q 与圆心(1,0)的距离减去半径,即$\sqrt{2}-1$.

故答案为 A.

点睛：(1)本题主要考查极坐标和直角坐标的互化，意在考查学生对该知识的掌握水平和数形结合的思想方法.(2)解答极坐标的问题，通常先把所有的条件化成直角坐标再解答.

10．B

【解析】

【分析】

解一元二次不等式和分式不等式可求得解集，根据集合的包含关系与充分、必要条件的关系可得到结果.

【详解】

$x^2-x-2\le 0$的解集$A=\{x|(x+1)(x-2)\le 0\}=\{x|-1\le x\le 2\}$

$\frac{x+1}{x-2}\le 0$的解集$B=\{x|(x+1)(x-2)\le 0$且$x-2\ne 0\}=\{x|-1\le x<2\}$

$\because B\subsetneq A$　　$\therefore$“$x^2-x-2\le 0$”是“$\frac{x+1}{x-2}\le 0$”的必要不充分条件

故选：B

【点睛】

本题考查充分条件与必要条件的判定，关键是能够根据不等式的解法求得解集，根据集合包含关系可得结果.

11．A

【解析】

【分析】

先求出函数$y=f(x)$的定义域，求导，然后解不等式$f'(x)\ge 0$可得出所求的单调递增区间.

【详解】

函数$y=f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{2}{x}-2x=\frac{2(1-x^2)}{x}$，

$\because x>0$，解不等式$f'(x)\ge 0$，即$1-x^2\ge 0$，解得$0<x\le 1$，

所以，函数$y=f(x)$的单调递增区间为$(0,1]$，故选 A.

【点睛】

本题考查利用导数求函数的单调区间，解题时注意导数符号与函数单调区间之间的关系，再者就是求出导数不等式的解集后必须与定义域取交集才行，考查计算能力，属于中等题.

12．B

【解析】

【分析】

先判断函数的单调性，然后解答不等式，在恒成立的条件下求出结果

【详解】

依题意得：函数$f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^x+4, x\le 0,\\ -x^3-x+5, x>0\end{cases}$在$x\in\mathbf{R}$上单调递减，

因为$f(2m-x)<f(x+m)$，所以$2m-x>x+m$，即$2x<m$，在$x\in[m,m+1]$上恒成立，

所以$2(m+1)<m$，即$m<-2$，故选 B.

【点睛】

本题考查了函数的单调性的应用，结合函数的单调性求解不等式，需要掌握解题方法

13．若$x<1$，则$x^2-4x+2<-1$

【解析】
【分析】
根据否命题与原命题之间的关系可得出答案.
【详解】
根据否命题的概念，原命题的否命题为：若 $x<1$，则 $x^2-4x+2<-1$.
【点睛】
本题考查否命题的改写，解题时要熟悉原命题与否命题之间的关系，属于基础题.
14． $y=3(x-1)$
【解析】
$\because y'=2x+\frac{1}{x^2}\therefore k=2+1=3\therefore$ 切线方程为 $y=3(x-1)$
15．甲
【解析】
假设乙说的是对的，那么甲说的也对，所以假设不成立，即乙说的不对，所以礼物不在乙处，易知丙说对了，甲说的就应该是假的，即礼物在甲那里.
故答案为甲.
16．4
【解析】
【分析】
先采用参变分离将 $2x\ln x+x^2-mx+3\le 0$ 等价转化为 $2\ln x+x+\frac{3}{x}\le m$，结合题意应该是左边函数的最小值小于等于 m，利用导数求出其最小值即可.
【详解】
解：因为 $x\in\left[\frac{1}{e},e\right]$
所以 $2x\ln x+x^2-mx+3\le 0\Leftrightarrow 2\ln x+x+\frac{3}{x}\le m$
记 $f(x)=2\ln x+x+\frac{3}{x}$
由题意知 $f(x)_{min}\le m$
因为 $f'(x)=\frac{2}{x}+1-\frac{3}{x^2}=\frac{x^2+2x-3}{x^2}=\frac{(x-1)(x+3)}{x^2}$
所以当 $x\in\left[\frac{1}{e},1\right)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(1,e]$ 时，$f'(x)>0$
所以 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{e},1\right)$ 单调递减，在 $(1,e]$ 单调递增
所以当 $x=1$ 时，$f(x)_{min}=4$
所以 $m\ge 4$
所以实数 m 的最小值为 4
故答案为 4.
【点睛】
本题主要考查函数的能成立问题，区间能成立或恒成立问题经常采用参变分离法转化为函数的最值问题，复杂函数最值可利用导数求解.
17．（I）$(-2,2)$；（II）$(-1,1]$
【解析】
【分析】

（I）判断函数的单调性和根据零点存在定理求解；

（II）根据 p 是 q 成立的充分不必要条件得 p 集合是 q 集合的子集求解，注意是否有等号成立.

【详解】

解：（I）当 $m=1$ 时， $p:0<a<2$

∵函数 $f(x)=\log_2 x-a$ 在区间 $\left(\frac{1}{4},4\right)$ 上单调递增

且函数 $f(x)=\log_2 x-a$ 在区间 $\left(\frac{1}{4},4\right)$ 上有零点

$$\therefore \begin{cases} f(\frac{1}{4})<0 \\ f(4)>0 \end{cases}$$

解得 $-2<a<2$，

则 q：$-2<a<2$.

∵ $p\vee q$ 为真命题，

$\therefore 0<a<2$, 或 $-2<a<2$，

解得 $-2<a<2.$

则 a 的取值范围是 $(-2,2)$.

（II）∵ p：$m-1<a<m^2+1$，q：$-2<a<2$，且 p 是 q 成立的充分条件

$$\therefore \begin{cases} m-1\geq -2,(1) \\ m^2+1\leq 2,(2) \end{cases}$$

$\therefore -1\leq m\leq 1$

又因为 p 是 q 成立的不必要条件，所以（1）、（2）等号不能同时成立

$\therefore m\neq -1$

综上得，实数 m 的取值范围是 $(-1,1]$.

【点睛】

本题考查复合命题的真假和充分必要条件的判断，属于基础题.

18.（1）有95％的把握认为“南方学生和北方学生在选用甜品的饮食习惯方面有差异”；（2）$\frac{7}{10}$.

【解析】

分析：（1）将 2×2 列联表中的数据，代入公式，求得 χ^2 的值，即可做出判断；

（2）从5名数学教师中任选3人，列举出所有的基本事件的总数，即可利用古典概型及概率的计算公式求解.

详解：解(1)将 2×2 列联表中的数据代入公式计算，得

$\chi^2=\frac{100\times(60\times 10-20\times 10)^2}{70\times 30\times 80\times 20}=\frac{100}{21}\approx 4.762.$

由于 4.762>3.841，所以有 95%的把握认为“南方学生和北方学生在选用甜品的饮食习惯方面有差异”. .

(2)从 5 名数学系学生中任取 3 人的一切可能结果所组成的基本事件空间 $\Omega=\{(a_1, a_2, b_1), (a_1, a_2, b_2), (a_1, a_2, b_3), (a_1, b_1, b_2), (a_1, b_2, b_3), (a_1, b_1, b_3), (a_2, b_1, b_2), (a_2, b_2, b_3), (a_2, b_1, b_3), (b_1, b_2, b_3)\}$.

其中 a_i 表示喜欢甜品的学生，$i=1,2$.b_j 表示不喜欢甜品的学生，$j=1,2,3$.Ω 由 10 个基本事件组成，且这些基本事件的出现是等可能的. .

用 A 表示“3 人中至多有 1 人喜欢甜品”这一事件，则

$A=\{(a_1, b_1, b_2), (a_1, b_2, b_3), (a_1, b_1, b_3), (a_2, b_1, b_2), (a_2, b_2, b_3), (a_2, b_1, b_3), (b_1, b_2, b_3)\}$.

事件 A 是由 7 个基本事件组成，因而 $P(A)=\frac{7}{10}$...

点睛：本题主要考查了古典概型及其概率的计算，独立性检验的应用，其中解答中准确计算是解答的

关键，着重考查了推理与计算能力.

19.（1）见解析；（2）$\frac{4\sqrt{21}}{7}$

【解析】

【分析】

(1)推导出 $CD\perp PD$,$CD\perp AD$,从而 $CD\perp$ 平面 PAD,由此能证明平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$;

(2)取 AD 中点 M,AB 中点 N,连接 PM,BM,CN.则 $PM\perp$ 平面 $ABCD$,$PM\perp BM$,设点 A 到平面 PBC 的距离为 d,由 $V_{P-ABC}=V_{A-PBC}$,即可求出点 A 到平面 PBC 的距离.

【详解】

(1)因为 $AD\perp CD$,$CD=2$,$CA=4$,

所以 $AD^2=AC^2-CD^2=12$,即 $AD=2\sqrt{3}$.

因为 $\triangle PAD$ 为等边三角形,

所以 $PD=AD=2\sqrt{3}$,

因为 $PC=4$,$CD=2$,

所以 $CD^2+PD^2=PC^2$,即 $CD\perp PD$,

又因为 $PD\cap AD=D$,$CD\perp AD$,

所以 $CD\perp$ 平面 PAD,

又因为 $CD\subset$ 平面 $ABCD$,

所以平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$;

(2)取 AD 中点 M，AB 中点 N,连接 PM，BM，CN，

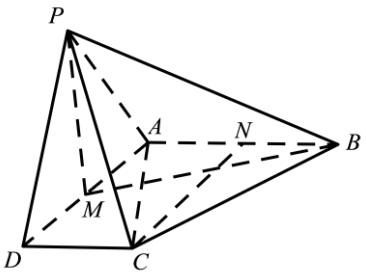
所以 $PM\perp AD$,

又由(1)知平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$,且平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$,

所以 $PM\perp$ 平面 $ABCD$,所以 $PM\perp BM$，

又在 $\triangle PMB$ 中，$PM=3$,$BM=\sqrt{AM^2+AB^2}=\sqrt{3+16}=\sqrt{19}$，

所以 $PB=\sqrt{PM^2+BM^2}=\sqrt{9+19}=2\sqrt{7}$，



在 ΔPBC 中，$PC=4$，$BC=4$，$PB=2\sqrt{7}$，故 $S_{\Delta PBC}=3\sqrt{7}$，

在 ΔABC 中，$AC=4$，$BC=4$，$AB=4$，则 $S_{\Delta ABC}=4\sqrt{3}$，

设点 A 到平面 PBC 的距离为 d，

由 $V_{P-ABC}=V_{A-PBC}$，可得 $\frac{1}{3}\times4\sqrt{3}\times3=\frac{1}{3}\cdot d\cdot3\sqrt{7}$，

所以 $d=\frac{4\sqrt{21}}{7}$，即点 A 到平面 PBC 的距离为 $\frac{4\sqrt{21}}{7}$.

【点睛】

本题考查面面垂直的证明,考查点到平面的距离的求法,考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识,需要学生有一定的空间思维与运算求解能力,属于中档题.

20.（1）$\frac{x^2}{\frac{1}{3}}-y^2=1$　（2）$-\sqrt{6}<a<-\sqrt{3}$

【解析】
【分析】
（1）由渐近线的关系可求得$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，设双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{(\sqrt{3}a)^2}=1$，再将已知点$M(1,\sqrt{2})$代入即可求解；
（2）联立直线与双曲线方程，得到$\left(3-a^2\right)x^2-2ax-2=0$，再由判别式和韦达定理的关系联立求解即可；
【详解】
解：（1）由题知$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$，即$b=\sqrt{3}a$所以可设双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{(\sqrt{3}a)^2}=1$，
将点$M(1,\sqrt{2})$代入，得$\frac{1}{a^2}-\frac{2}{3a^2}=1$，
解得$a=\frac{\sqrt{3}}{3}$，
因此，双曲线C的方程为$\frac{x^2}{\frac{1}{3}}-y^2=1$.
（2）设$A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$
联立$\begin{cases}\frac{x^2}{\frac{1}{3}}-y^2=1\\ y=ax+1\end{cases}$，消去$y$，
得$\left(3-a^2\right)x^2-2ax-2=0$，
则$x_1+x_2=\frac{2a}{3-a^2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{2}{a^2-3}$，
由题可得$\begin{cases}\Delta=-4a^2+24>0\\ x_1+x_2=\frac{2a}{3-a^2}>0\\ x_1\cdot x_2=\frac{2}{a^2-3}>0\end{cases}$，解得$a$的取值范围是$-\sqrt{6}<a<-\sqrt{3}$.
【点睛】
本题考查双曲线标准方程的求法，由直线与双曲线的交点个数求解参数取值范围，属于中档题
21.（1）$f(x)=x-\ln x-3$（2）$m\in(-\infty,-e^2]$
【解析】
【分析】
（1）利用导数的几何意义求解即可；
（2）将$f(x)\geq\frac{mx}{e^x}$，整理为$-\ln\frac{x}{e^x}-3-m\frac{x}{e^x}\geq0$，令$t(x)=\frac{x}{e^x}$，求出$t$的范围，再次构造函数$h(t)=-\frac{\ln t+3}{t}$，利用导数求出其最小值，即可得出实数$m$的取值范围.
【详解】

（1） $f'(x)=a-\frac{1}{x}$，则 $f'(1)=a-1=0,\therefore a=1$

又 $f(1)=1+b=-2,\therefore b=-3$

$\therefore f(x)=x-\ln x-3$

（2） $f(x)\geq\frac{mx}{e^x}$，即 $x-\ln x-3-m\frac{x}{e^x}\geq 0$，整理得 $-\ln\frac{x}{e^x}-3-m\frac{x}{e^x}\geq 0$

令 $t(x)=\frac{x}{e^x}$，$t'(x)=\frac{1-x}{e^x}$

当 $0<x<1$ 时，$t'(x)>0$；当 $x>1$ 时，$t'(x)<0$

即函数 $t(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减

$\therefore t(x)_{\max}=t(1)=\frac{1}{e}$，$t(0)=0$，又 $x>0$ 时，$t(x)>0$ 恒成立

$\therefore t(x)\in\left(0,\frac{1}{e}\right]$

$\therefore -\ln t-3-mt\geq 0$，即 $m\leq-\frac{\ln t+3}{t}$，$t\in\left(0,\frac{1}{e}\right]$

令 $h(t)=-\frac{\ln t+3}{t}$，$h'(t)=-\frac{1-3-\ln t}{t^2}=\frac{\ln t+2}{t^2}$

$\therefore$ 当 $0<x<e^{-2}$ 时，$h'(t)<0$；当 $e^{-2}<x<e^{-1}$ 时，$h'(t)>0$

则函数 $h(t)$ 在 $\left(0,e^{-2}\right)$ 上单调递减，在 $\left(e^{-2},e^{-1}\right)$ 上单调递增

$\therefore m\leq h(t)_{\min}=h\left(e^{-2}\right)=-e^2$

即 $m\in(-\infty,-e^2]$

【点睛】

本题主要考查了导数的几何意义以及利用导数证明不等式的恒成立问题，属于中档题.

22.（1）直线 l 的普通方程为 $y=-x+3+\sqrt{5}$；圆 C 的直角坐标方程为 $x^2+(y-\sqrt{5})^2=5$；（2） $3\sqrt{2}$.

【解析】

【分析】

（1）由直线的参数方程消去参数可直接得到普通方程；由极坐标与直角坐标的互化公式，可直接得到圆的直角坐标方程；

（2）将直线参数方程代入圆的直角坐标方程，结合韦达定理，根据参数的方法，即可求出结果.

【详解】

(1)由直线 l 的参数方程 $\begin{cases}x=3-\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数)得直线 l 的普通方程为 $y=-x+3+\sqrt{5}$

由 $\rho=2\sqrt{5}\sin\theta$,得 $x^2+y^2-2\sqrt{5}y=0$,即圆 C 的直角坐标方程为 $x^2+(y-\sqrt{5})^2=5$.

(2)将直线 l 的参数方程代入圆 C 的直角坐标方程，得 $(3-\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2+(\frac{\sqrt{2}}{2}t)^2=5$，

即 $t^2-3\sqrt{2}t+4=0$，

由于 $\Delta=(3\sqrt{2})^2-4\times4>0$>0,

故可设 t_1，t_2 是上述方程的两个实根，

所以$\begin{cases}t_1+t_2=3\sqrt{2}\\ t_1t_2=4\end{cases}$

又直线l过点$P(3,\sqrt{5})$，

故$|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=t_1+t_2=3\sqrt{2}$.

【点睛】

本题主要考查参数方程与普通方程的互化，以及极坐标方程与直角坐标方程的互化，熟记公式即可，属于常考题型.